



**AMC**

AMERICAN MATHEMATICS COMPETITIONS



THÁCH THỨC TƯ DUY THUẬT TOÁN

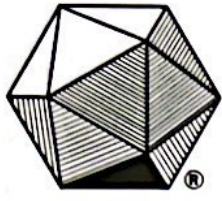
**BEBRAS**

## BAN TỔ CHỨC KỶ THI AMC - BEBRAS

**Gửi tặng**

### **BỘ ĐỀ THI AMC VÀ BEBRAS NĂM 2021 - 2022**





# MAA AMC

*American Mathematics Competitions*

MAA American Mathematics Competitions

37th Annual

# AMC 8

Tuesday, January 18, 2022 through Monday, January 24, 2022

## INSTRUCTIONS

1. DO NOT OPEN THIS BOOKLET UNTIL YOUR COMPETITION MANAGER TELLS YOU TO BEGIN.
2. This is a 25-question multiple-choice competition. For each question, only one answer choice is correct.
3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a #2 pencil. Check blackened answers for accuracy and erase errors completely. Only answers that are properly marked on the answer sheet will be scored.
4. SCORING: You will receive 1 point for each correct answer, 0 points for each problem left unanswered, and 0 points for each incorrect answer.
5. Only blank scratch paper, rulers, and erasers are allowed as aids. Prohibited materials include calculators, smartwatches, phones, computing devices, compasses, protractors, and graph paper. No problems on the competition will require the use of a calculator.
6. Figures are not necessarily drawn to scale.
7. Before beginning the competition, your competition manager will ask you to record your name and other information on the answer sheet.
8. You will have 40 minutes to complete the competition once your competition manager tells you to begin.
9. When you finish the competition, sign your name in the space provided on the answer sheet.

---

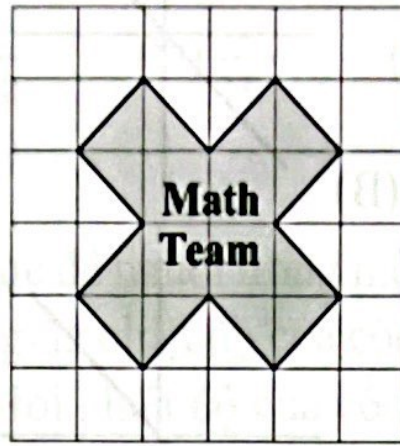
The MAA AMC Office reserves the right to disqualify scores from a school if it determines that the rules or the required security procedures were not followed.

The publication, reproduction, or communication of the problems or solutions of this competition during the period when students are eligible to participate seriously jeopardizes the integrity of the results. Dissemination via phone, email, or digital media of any type during this period is a violation of the competition rules.

© 2022 Mathematical Association of America



1. Đội tuyển toán thiết kế một lô-gô hình dấu nhân trên một lưới vuông như dưới đây. Mỗi ô vuông đơn vị có cạnh dài 1 inch. Hỏi lô-gô đó có diện tích bằng bao nhiêu inch<sup>2</sup>?



- (A) 10                      (B) 12                      (C) 13                      (D) 14                      (E) 15

2. Ta định nghĩa hai phép toán như sau:

$$a \blacklozenge b = a^2 - b^2$$

$$a \blackstar b = (a - b)^2$$

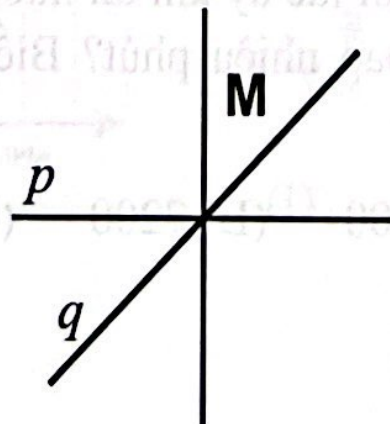
Giá trị của biểu thức  $(5 \blacklozenge 3) \blackstar 6$  là bao nhiêu?

- (A) -20                      (B) 4                      (C) 16                      (D) 100                      (E) 220

3. Có bao nhiêu bộ ba số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a < b < c$  và tích của chúng bằng 100?

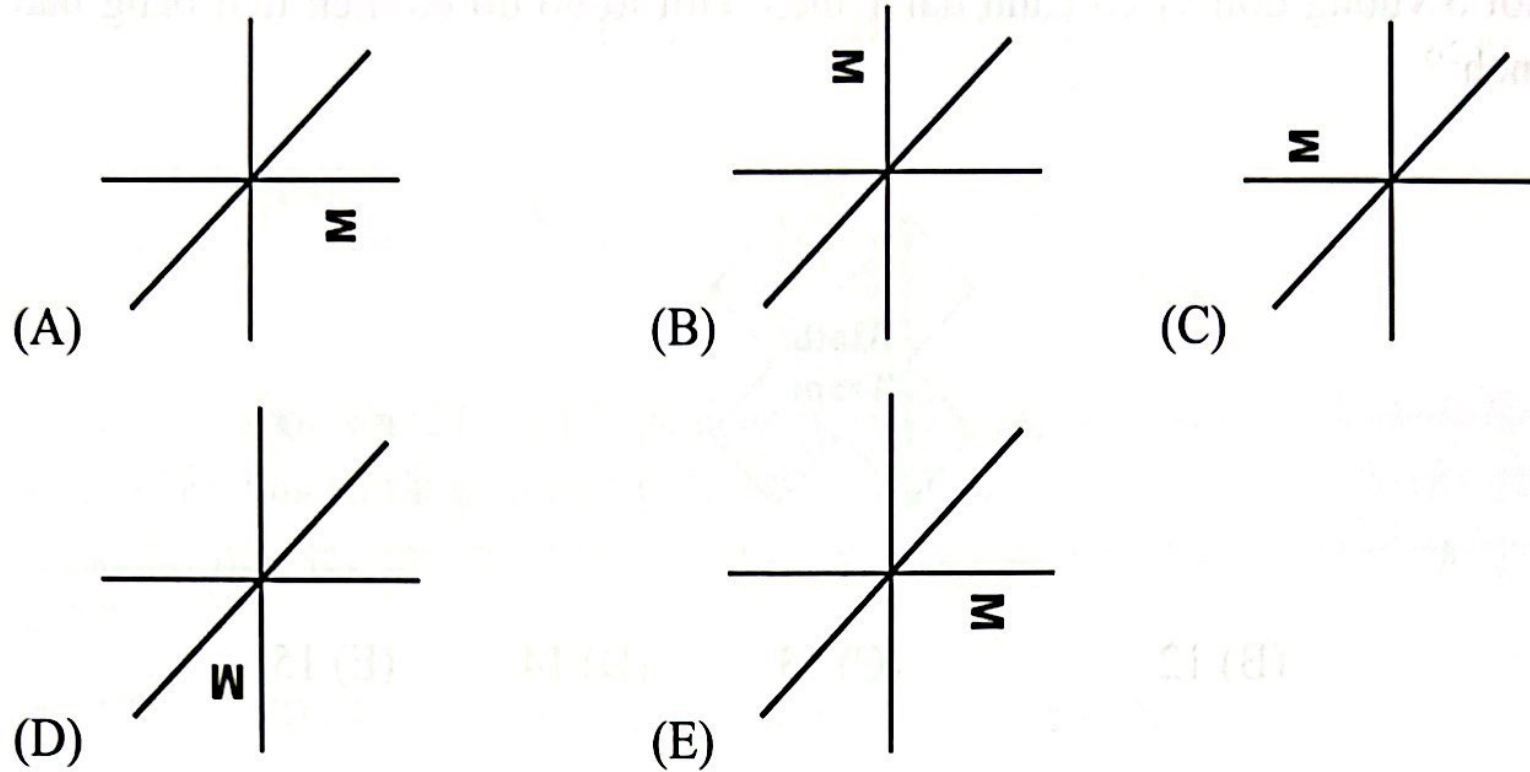
- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4

4. Lấy đối xứng chữ cái M qua đường thẳng  $q$ , sau đó lấy đối xứng hình nhận được qua đường thẳng  $p$ .





Hỏi ta nhận được hình nào dưới đây?



5. Hôm nay Anna và Bella cùng nhau tổ chức sinh nhật. Năm năm trước, khi Bella tròn 6 tuổi, bạn ấy nhận được món quà sinh nhật là một chú mèo mới sinh. Hôm nay, tổng số tuổi của hai bạn và chú mèo ấy vừa tròn 30 tuổi. Hỏi Anna hơn Bella bao nhiêu tuổi?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

6. Ba số nguyên dương nằm cách đều nhau trên trục số. Biết rằng số ở giữa là số 15 và số lớn nhất gấp 4 lần số nhỏ nhất. Hỏi số nhỏ nhất trong ba số có giá trị là bao nhiêu?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

7. Khi World Wide Web bắt đầu phổ biến trong những năm 1990, tốc độ tải xuống tối đa là 56 kilobits mỗi giây. Hỏi lúc ấy khi tải xuống một bài nhạc có dung lượng 4,2 megabyte thì cần khoảng bao nhiêu phút? Biết rằng 1 megabyte bằng 8000 kilobits.

- (A) 0,6 (B) 10 (C) 1800 (D) 7200 (E) 36000



8. Giá trị của biểu thức dưới đây là bao nhiêu?

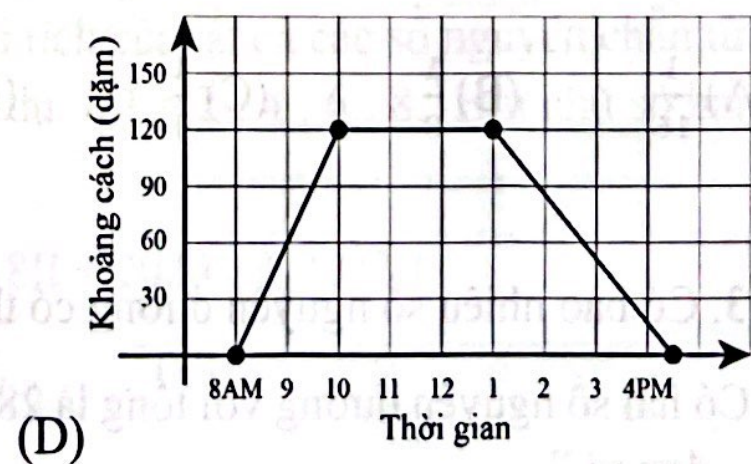
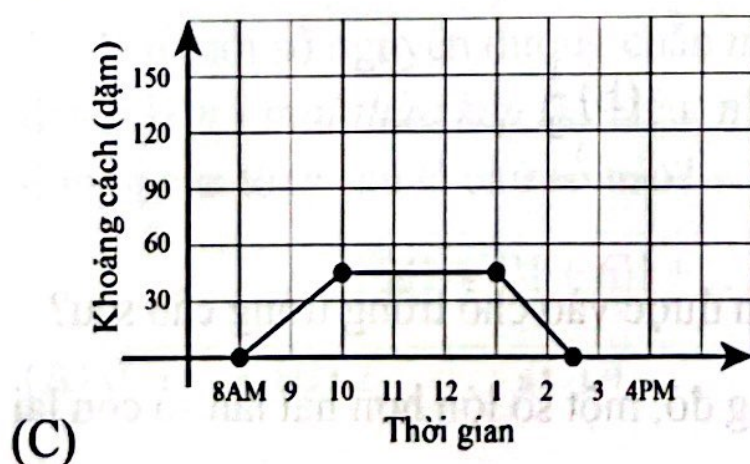
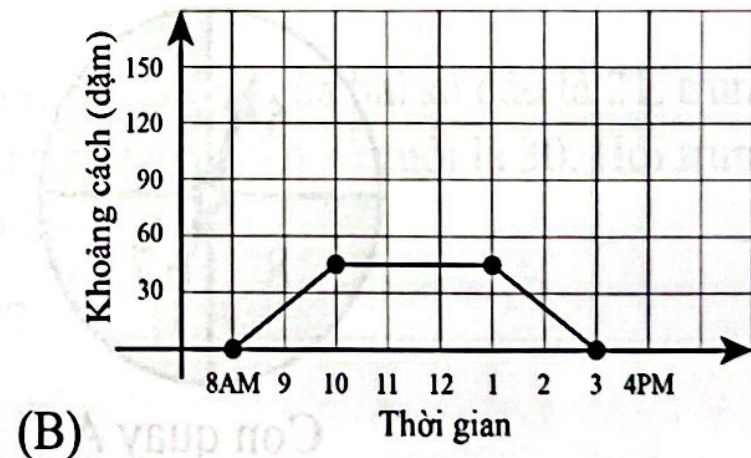
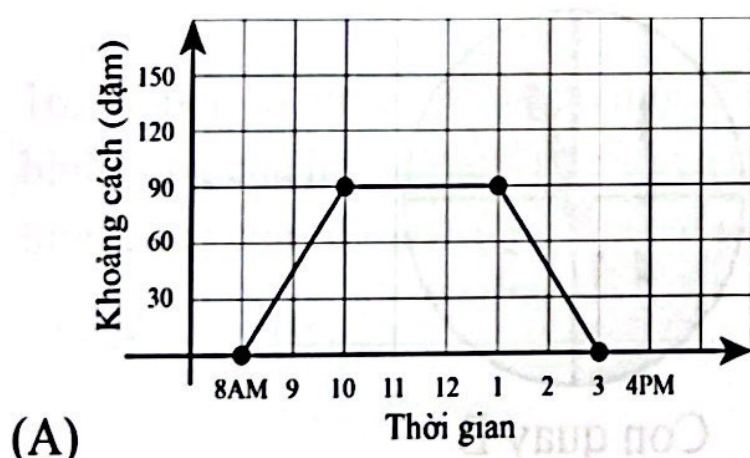
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdots \frac{18}{20} \cdot \frac{19}{21} \cdot \frac{20}{22}$$

- (A)  $\frac{1}{462}$       (B)  $\frac{1}{231}$       (C)  $\frac{1}{132}$       (D)  $\frac{2}{213}$       (E)  $\frac{1}{22}$

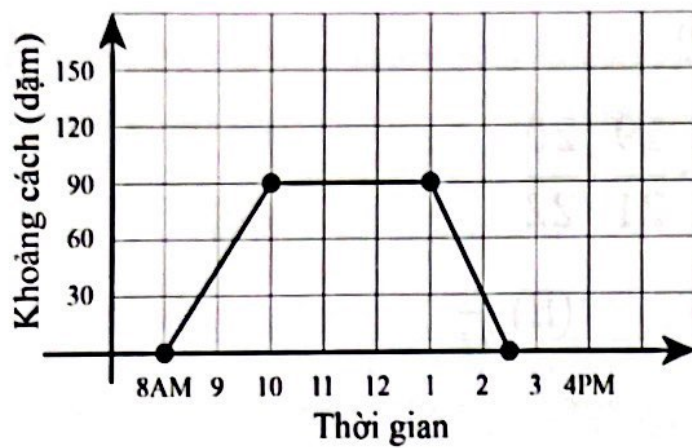
9. Một cốc nước sôi (212 °F) được để nguội trong một căn phòng với nhiệt độ không đổi (68 °F). Giả sử rằng hiệu số giữa nhiệt độ của cốc nước và nhiệt độ căn phòng sẽ giảm một nửa sau mỗi 5 phút. Hỏi nhiệt độ của cốc nước sau 15 phút là bao nhiêu độ F?

- (A) 77      (B) 86      (C) 92      (D) 98      (E) 104

10. Vào một ngày trời nắng, Linh quyết định đi cắm trại. Bạn ấy ra khỏi nhà lúc 8 giờ sáng, lái xe với tốc độ không đổi 45 dặm/giờ và tới điểm cắm trại lúc 10 giờ sáng. Sau khi ở lại nơi cắm trại 3 tiếng, Linh lái xe về nhà với tốc độ không đổi 60 dặm/giờ. Biểu đồ nào dưới đây biểu diễn đúng nhất khoảng cách giữa chiếc xe của Linh và nhà của bạn ấy trong toàn bộ hành trình?





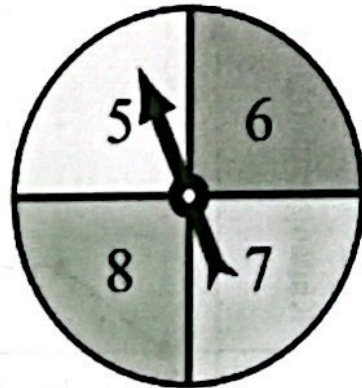


(E)

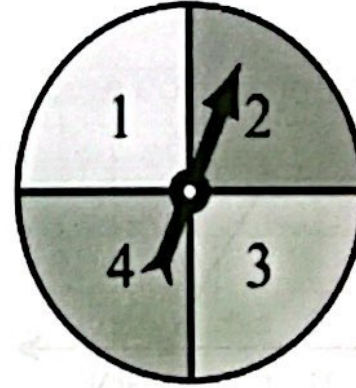
11. Chú lừa Henry có một sợi dây ổng rất dài. Bạn ấy đã cắt một số miếng từ sợi dây ổng. Mỗi lần cắt, bạn ấy ăn một đoạn dài 3 inch ở chính giữa một sợi dây ổng. Sau cùng, Henry có 10 sợi dây ổng với tổng độ dài là 17 inch. Hỏi ban đầu sợi dây ổng dài bao nhiêu inch?

- (A) 34      (B) 38      (C) 41      (D) 44      (E) 47

12. Cho hai con quay như hình dưới. Ta quay hai mũi tên và gọi  $N$  là tổng của số nhận được từ con quay B và 10 lần số nhận được từ con quay A. Hỏi xác suất để  $N$  là một số chính phương bằng bao nhiêu?



Con quay A



Con quay B

- (A)  $\frac{1}{16}$       (B)  $\frac{1}{8}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{3}{8}$       (E)  $\frac{1}{2}$

13. Có bao nhiêu số nguyên dương có thể điền được vào chỗ trống trong câu sau?

“Có hai số nguyên dương với tổng là 28. Trong đó, một số lớn hơn hai lần số còn lại ... đơn vị.”

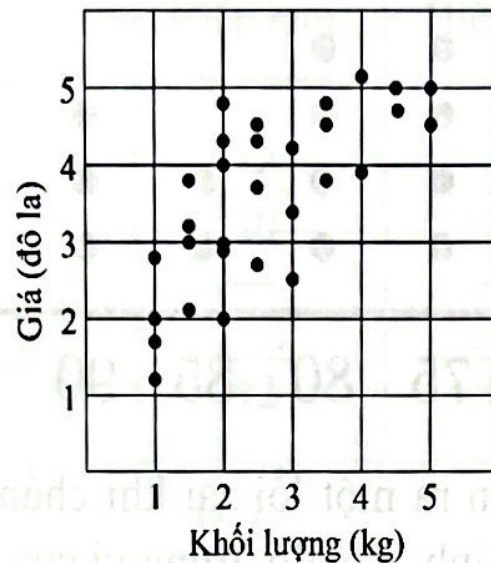
- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10



14. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ cái trong từ BEEKEEPER sao cho không có hai hoặc nhiều chữ cái E nào đứng cạnh nhau?

- (A) 1      (B) 4      (C) 12      (D) 24      (E) 120

15. Laszlo vào một cửa hàng trực tuyến để tìm mua hạt tiêu đen và tìm thấy 30 sản phẩm khác nhau với giá cả và khối lượng như trong biểu đồ dưới đây. Hỏi sản phẩm hạt tiêu đen với giá bán trên mỗi ki-lô-gam rẻ nhất có khối lượng là bao nhiêu?



- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

16. Có bốn số được viết thành một hàng. Trung bình cộng của hai số đầu là 21, trung bình cộng của hai số ở giữa là 26 và trung bình cộng của hai số cuối là 30. Hỏi trung bình cộng của số đầu tiên và số cuối cùng là bao nhiêu?

- (A) 24      (B) 25      (C) 26      (D) 27      (E) 28

17. Với mỗi số nguyên dương chẵn  $n$ , ta gọi tích của tất cả các số nguyên chẵn từ 2 đến  $n$  là  $n$ -giai thừa kép (kí hiệu:  $n!!$ ). Ví dụ:  $8!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$ . Hỏi chữ số hàng đơn vị của tổng sau là chữ số nào?

$$2!! + 4!! + 6!! + \dots + 2018!! + 2020!! + 2022!!$$

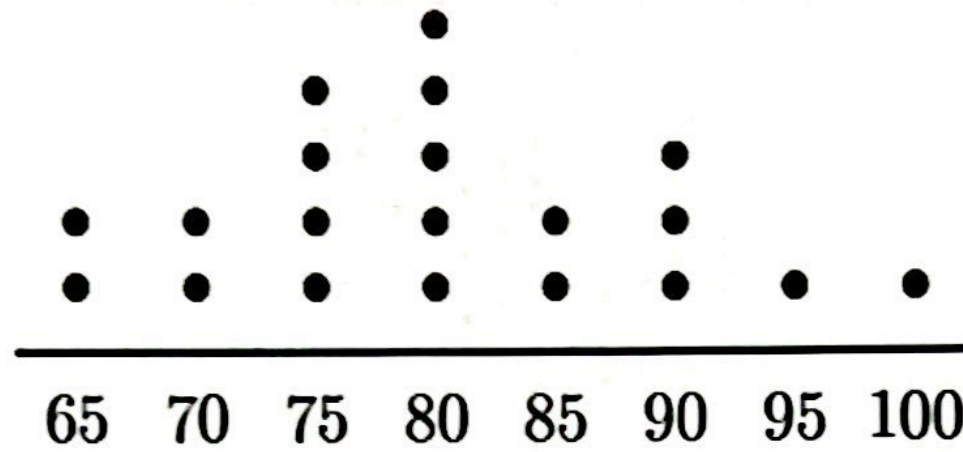
- (A) 0      (B) 2      (C) 4      (D) 6      (E) 8



18. Trung điểm bốn cạnh của một hình chữ nhật có tọa độ là  $(-3; 0)$ ,  $(2; 0)$ ,  $(5; 4)$  và  $(0; 4)$ . Hỏi diện tích của hình chữ nhật đó là bao nhiêu?

- (A) 20      (B) 25      (C) 40      (D) 50      (E) 80

19. Thầy Ramos cho 20 học sinh trong lớp làm một bài kiểm tra. Biểu đồ dưới đây cho biết điểm số của các bạn học sinh.



Sau đó, thầy Ramos phát hiện ra một lỗi sai khi chấm bài. Thầy quyết định cộng thêm 5 điểm cho một số học sinh. Khi đó, trung vị của điểm kiểm tra tăng lên thành 85 điểm. Hỏi có ít nhất bao nhiêu bạn được cộng điểm?

(Lưu ý: *Trung vị* của điểm kiểm tra là trung bình cộng của hai điểm kiểm tra ở giữa khi sắp xếp 20 điểm kiểm tra theo thứ tự tăng dần.)

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

20. Cho một bảng điền các số nguyên sao cho tổng các số trong mỗi hàng và mỗi cột là bằng nhau. Có 4 số đã bị ẩn như hình dưới đây. Biết rằng số  $x$  ở góc dưới cùng bên trái lớn hơn ba số bị ẩn còn lại. Hỏi giá trị nhỏ nhất của  $x$  là bao nhiêu?

-2	9	5
		-1
$x$		8

- (A) -1      (B) 5      (C) 6      (D) 8      (E) 9

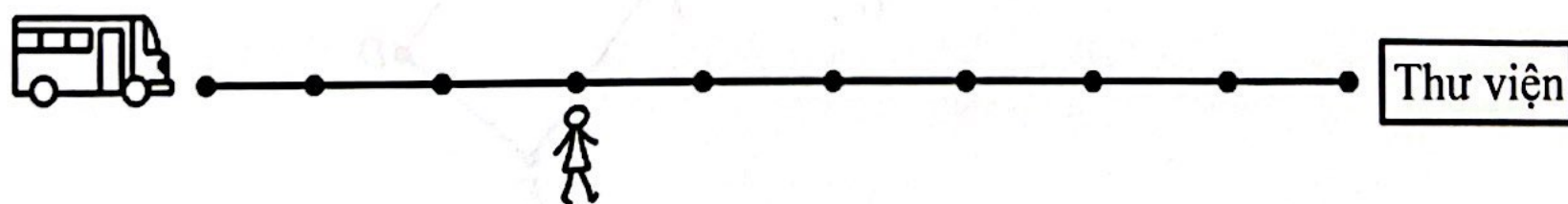


21. Trong hiệp một Steph ném bóng 20 lần, trong đó có 15 lần đưa được bóng vào rổ. Ở hiệp hai, bạn ấy ném bóng 10 lần và đưa được bóng vào rổ cả 10 lần. Trong khi đó, Candace đã ném bóng 12 lần ở hiệp một và 18 lần ở hiệp hai. Biết rằng trong mỗi hiệp, tỉ lệ ném bóng vào rổ trên số lần ném bóng của Steph đều cao hơn của Candace nhưng nếu tính chung cả trận thì tỉ lệ này giữa hai bạn là bằng nhau. Hỏi số lần ném bóng vào rổ của Candace ở hiệp hai nhiều hơn ở hiệp một bao nhiêu lần?

	Hiệp một	Hiệp hai
Steph	$\frac{15}{20}$	$\frac{10}{10}$
Candace	$\frac{\square}{12}$	$\frac{\square}{18}$

- (A) 7      (B) 8      (C) 9      (D) 10      (E) 11

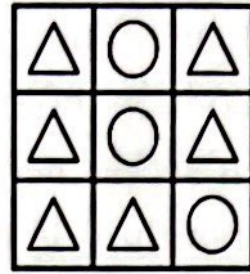
22. Một xe buýt cần 2 phút để đi từ một trạm tới trạm kế tiếp và dừng 1 phút ở mỗi trạm để hành khách di chuyển. Zia cần 5 phút để đi bộ từ một trạm tới trạm kế tiếp. Khi Zia vừa đi tới một trạm, nếu xe buýt ở trạm ngay phía sau bạn ấy hoặc xe buýt vừa rời khỏi trạm đó thì bạn ấy sẽ đứng chờ xe buýt tới. Nếu không, bạn ấy sẽ tiếp tục đi bộ tới trạm kế tiếp. Ban đầu, xe buýt và Zia cùng xuất phát và hướng tới thư viện. Xe buýt ở phía sau Zia 3 trạm. Hỏi sau bao nhiêu phút thì Zia đi lên xe buýt?



- (A) 17      (B) 19      (C) 20      (D) 21      (E) 23



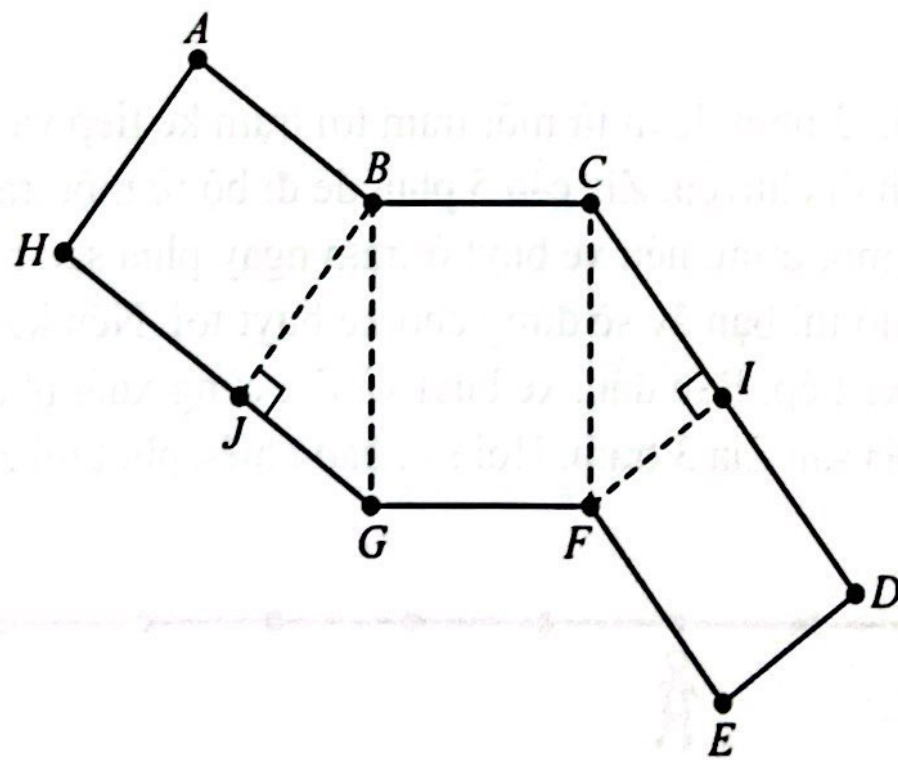
23. Ta đặt vào mỗi ô của bảng  $3 \times 3$  một hình tam giác hoặc một hình tròn. Dưới đây là một cách đặt để có ba hình tam giác thẳng hàng và ba hình tròn thẳng hàng.



Hỏi có bao nhiêu cách đặt sao cho có ba hình tam giác thẳng hàng và ba hình tròn thẳng hàng?

- (A) 39      (B) 42      (C) 78      (D) 84      (E) 96

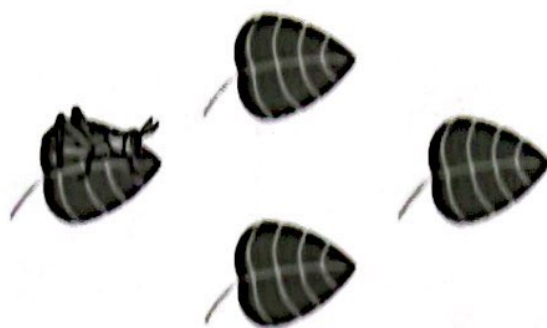
24. Cho tấm bìa hình đa giác  $ABCDEFGH$  được tạo bởi các hình chữ nhật và các hình tam giác vuông. Khi gấp tấm bìa theo các đoạn nét đứt thì được một khối lăng trụ tam giác. Biết rằng  $AH = EF = 8$  và  $GH = 14$ . Hỏi thể tích của khối lăng trụ đó là bao nhiêu?



- (A) 112      (B) 128      (C) 192      (D) 240      (E) 288



25. Một con cào cào nhảy ngẫu nhiên trên 4 chiếc lá. Trong mỗi lượt, xác suất để cào cào nhảy tới mỗi chiếc lá trong ba chiếc lá còn lại là như nhau. Hỏi sau khi nhảy 4 lần, xác suất để con cào cào quay trở lại vị trí ban đầu là bao nhiêu?



- (A)  $\frac{2}{9}$       (B)  $\frac{19}{80}$       (C)  $\frac{20}{81}$       (D)  $\frac{1}{4}$       (E)  $\frac{7}{27}$